

ΕΠΩΝΥΜΟ.....

ΟΝΟΜΑ.....

ΠΑΤΡΩΝΥΜΟ.....

Α.Μ.....ΕΞΑΜΗΝΟ.....

ΜΑΘΗΜΑ.....ΑΝΑΛΥΣΗ ΙΙ.....

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ.....ΙΟΥΝΙΟΣ 2012.....

.....ΟΜΑΔΑ Α.....

Θεμα 1

1. Να ευρεθεί ο μετασχηματισμός Laplace της συνάρτησης.

$$f(t) = \frac{e^{-at} - e^{-bt}}{t} \quad / \quad (0, +\infty), \quad a, b \in \mathbb{R}.$$

- i) με τη βοήθεια των ιδιοτήτων του Laplace.
- ii) με τη βοήθεια του μετασχηματισμού Laplace μιας συναρτησίρας.

2. i) Να αναπτυχθεί σε σειρά Fourier η περιοδική συνάρτηση $f/\mathbb{R}$ με $f(x) = \frac{\pi^2 x - x^3}{3} \quad \forall x \in [-\pi, \pi]$ με περίοδο 2π .

ii) Να υπολογιστεί η τιμή του αθροίσματος $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^6}$.

Θεμα 2

1. i) Να αποδειχθεί με τη βοήθεια του διπλού ολοκληρώματος ο τύπος $\mathcal{L}[(f*g)(t)] = \mathcal{L}[f(t)] \cdot \mathcal{L}[g(t)]$.

ii) Να υπολογιστεί με τη βοήθεια της συνέλιξης ο $\mathcal{L}^{-1}$ της

$$f(s) = \frac{1}{s^2(s^2+4)}.$$

2. Δίδεται η συνάρτηση $f/\mathbb{R}$ με $f(x) = \begin{cases} 10 - |x| & , |x| \leq 10 \\ 0 & , |x| > 10. \end{cases}$

Να ευρεθεί ο μετασχηματισμός Fourier και να υπολογιστεί η τιμή του οπ/τος.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin^4 5x}{x^4} dx.$$

Θέμα 3

1 i) Να ευρεθεί το όριο της ακολουθίας (f_n) με $f_n(x) = (1-x^2)x^n / [-1, 1]$.

ii) Να εξετασθεί αν η σύγκλιση της ακολουθίας είναι ομοιόμορφη.

2. Δίδεται η διαφορική εξίσωση:

$$(5x^2 + 2xy + 3y^3) dx + 3(x^2 + xy^2 + 2y^3) dy = 0.$$

i) Να αποδειχθεί ότι η εξίσωση δεν είναι ακριβής.

ii) Να αναχθεί η δοσμένη διαφορική εξίσωση σε ακριβή με τη βοήθεια του ολοκληρωτικού παράγοντα $I(x, y) = (x+y)^2$.

iii) Να ευρεθεί η γενική λύση της δοσμένης διαφορικής.

ΝΑ ΑΠΑΝΤΗΘΟΥΝ ΜΟΝΟ 2 ΘΕΜΑΤΑ.